WS 2019/2020
Vorlesung 2113106

Strukturberechnung von Faserverbundlaminaten

2. Mikromechanik und Homogenisierung des Faser-Matrix-Verbundes

28.10.2019 – Übung

Dr.-Ing. Luise Kärger

Institut Fahrzeugsystemtechnik (FAST), Teilinstitut für Leichtbautechnologie

Übersicht Vorlesung „Berechnung von Faserverbundlaminaten“

Stundenverteilung

1. 14.10. 1. Einführung Faserverbundlaminate
2. 21.10. 2. Mikromechanik, Homogenisierung
3. ***28.10. Übung Homogenisierung und Versagensmechanismen auf Mikroebene***
4. 04.11. 3. Makromechanisches Verhalten der Einzelschicht
5. 11.11. 4.1 Verhalten des Mehrschichtverbundes: Klassische Laminattheorie
6. 18.11. 4.2 Verhalten des Mehrschichtverbundes: Laminattheorien höherer Ordnung
7. *25.11. Übung Mehrschichtverbund*
   (+ Austeilung der Abaqus-Übungsaufgaben Mehrschichtlaminate)
8. 02.12. 5. Finite Elementformulierungen für Mehrschichtlaminate
9. *09.12. Abaqus-Übung Mehrschichtlaminate*
10. 16.12. 6.1 Versagensanalyse von Mehrschichtlaminaten
    (+ Austeilung der Abaqus-Übungsaufgaben Schädigungsmodellierung)
11. 13.01. 6.2 Schädigungsanalyse von Mehrschichtlaminaten
12. *20.01. Abaqus-Übung Schädigungsmodellierung*
13. 27.01. 7. Auslegung von Mehrschichtlaminaten
14. 03.02. Zusammenfassung und Wiederholung

Prüfungstermine (Anmeldung: gabriele.mueller-kuhn@kit.edu)

- Mo. 17.02.2018, *9:00-12:00*
- Mo. 02.03.2018, *9:00-12:00*
- mit Vorbehalt:
  Do. 16.04.2018, *9:00-12:00*

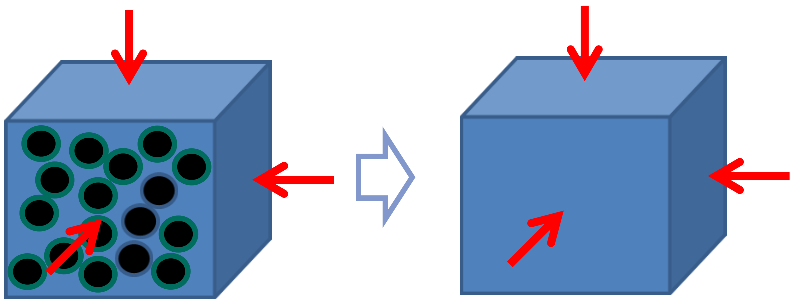
Übersicht Vorlesung „Berechnung von Faserverbundlaminaten“

1. Einleitung
2. **Mikromechanik und Homogenisierung des Faser-Matrix-Verbundes**
   - **Homogenisierung der Steifigkeiten: kurze Wiederholung**
   - ***Übung: Effektive Steifigkeiten***
   - **Versagensmechanismen auf Mikroebene: Veranschaulichung**
   - ***Übung: Effektive Festigkeiten***
3. Makromechanisches Verhalten der Einzelschicht
4. Makromechanisches Verhalten des Mehrschichtverbunds
5. Finite Elementformulierungen für Mehrschichtlaminate
6. Versagens- und Schädigungsanalyse von Mehrschichtlaminaten
7. Auslegung von Mehrschichtlaminaten

2 Mikromechanik (Wiederholung)

Homogenisierung

- Überführung des heterogenen Materials in ein homogenes Material so dass makroskopisch ein äquivalentes Materialverhalten abgebildet wird
- Annahmen: regelmäßige Anordnung, periodische Randbedingungen, homogene Komponenten, ideale Verbindung zw. Faser und Matrix etc.



Effektivkennwerte sind abhängig von

- Matrixmaterial (isotrope Materialeigenschaften)
- Fasermaterial (isotrope oder querisotrope Materialeigenschaften)
- (Faserorientierung, Lagenaufbau)
- Faservolumengehalt φ
  (Volumen der Fasern bezogen auf das Gesamtvolumen der Einzelschicht)

$$\varphi = \frac{V_f}{V_{Verbund}} = \frac{A_f}{A_{Verbund}} = \frac{t_f}{t_{Verbund}}$$

V_f = Volumen der Fasern im betrachteten Verbundvolumen
A_f = Querschnittsfläche der Fasern im betrachteten Verbundquerschnitt

2 Mikromechanik (Wiederholung)

Homogenisierungsmethoden

- Abbildung von Materialeinschlüssen
- Energie-basiert (z.B. Voigt und Reuss)
- Semiempirische Modelle
- FE-basiert

Voigt-Reuss-Schranken

- Verzerrungsenergie formuliert bzgl. des Verzerrungsfeldes oder des Spannungsfeldes
- Voigt: konst. Verzerrungsfeld → parallel geschaltete Federn → Mischungsregel für Steifigkeiten
- Reuss: konst. Spannungsfeld → in Reihe geschaltete Federn → Mischungsregel für Nachgiebigkeiten

$$U \leq U(\boldsymbol{\varepsilon}) = \frac{1}{2}\int \left(\bar{C}_{ij}\varepsilon_j\right)\varepsilon_i dV$$

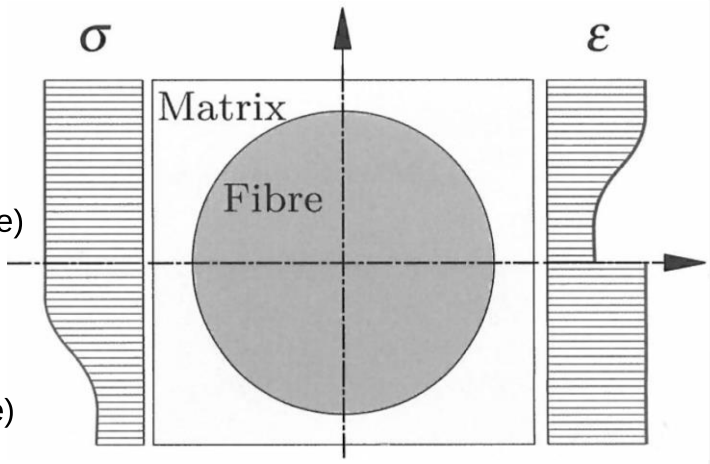
$$\boxed{\bar{E}_1 \leq \bar{E}_1^{(\varepsilon)} = \varphi E_{1f} + (1-\varphi)E_m}$$

$$U \leq U(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{2}\int \sigma_i\left(\bar{S}_{ij}\sigma_j\right)dV$$

$$\boxed{\frac{1}{\bar{E}_2} \leq \frac{1}{\bar{E}_2^{(\sigma)}} = \frac{\varphi}{E_{2f}} + \frac{(1-\varphi)}{E_m}}$$

Gleichmäßige Spannungen → Reuss (untere Schranke)

Gleichmäßige Verzerrungen → Voigt (obere Schranke)



- Voigt: gute Näherung in Faserrichtung
- Reuss: schlechte Näherung quer zur Faserrichtung

[D. Hartung, NAFEMS Training Course, Simulation und Analyse von Composites]

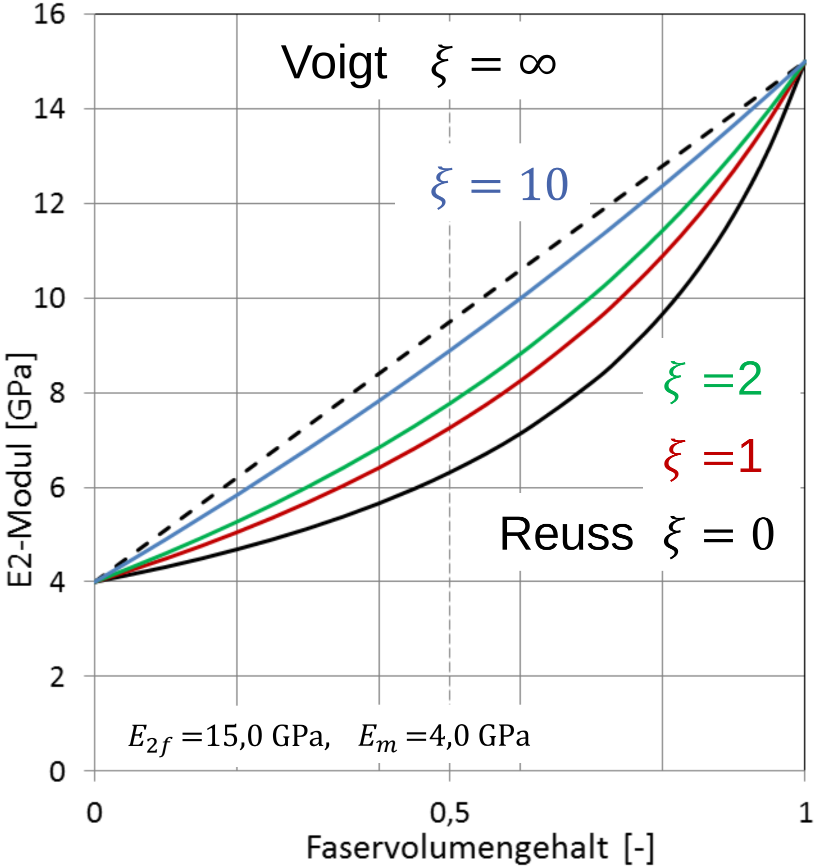
2 Mikromechanik (Wiederholung)

Semiempirische Homogenisierungsmethoden

- Korrigierte Mischungsregeln für effektive Steifigkeiten quer zur Faserrichtung
- Modell nach Halpin-Tsai mit Parameter ξ zur Kurvenanpassung an E_2

$$\boxed{\bar{E}_2 = \frac{(1+\xi\eta\varphi)}{1-\eta\varphi} E_m} \quad \text{mit} \quad \eta = \frac{E_{2f} - E_m}{E_{2f} + \xi E_m}$$

- Weitere empirische Ansätze nach Puck, Chamis, u.v.m.



FE-basierte Homogenisierung

- Modellierung eines RVE
- Aufbringung periodischer Randbedinungen
- Berechnung der homogenisierten Steifigkeitsmatrix $\bar{C}_{ij}$ $(i,j = 1 \dots 6)$ auf Basis der „Asymptotischen Homogenisierungsmethode“ (AHM)
- FE-Berechnung des Verschiebungs- und Spannungsfeldes innerhalb des RVE

Übersicht Vorlesung „Berechnung von Faserverbundlaminaten“

1. Einleitung
2. **Mikromechanik und Homogenisierung des Faser-Matrix-Verbundes**
   - Homogenisierung der Steifigkeiten: kurze Wiederholung
   - ***Übung: Effektive Steifigkeiten***
   - Versagensmechanismen auf Mikroebene: Veranschaulichung
   - *Übung: Effektive Festigkeiten*
3. Makromechanisches Verhalten der Einzelschicht
4. Makromechanisches Verhalten des Mehrschichtverbunds
5. Finite Elementformulierungen für Mehrschichtlaminate
6. Versagens- und Schädigungsanalyse von Mehrschichtlaminaten
7. Auslegung von Mehrschichtlaminaten

2 Mikromechanik: Homogenisierung der Steifigkeiten

Beispiel zur Anwendung der Homogenisierungsmethoden

- E-Glasfasern als UD-Verstärkungen in Epoxidharzmatrix eingebettet
- Messungen am Verbund und am Reinharz durchgeführt

Verbundwerte	**Reinharzwerte**
E-Glas/Epoxy mit $\varphi = 0{,}6$	Epoxy
$E_1 = 45$ GPa	$E_m = 3{,}3$ GPa
$E_2 = 12$ GPa	$\nu_m = 0{,}3$
$G_{12} = 4{,}4$ GPa	$G_m = E_m/[2(1+\nu_m)] = 1{,}27$ GPa
$\nu_{12} = 0{,}25$	
$\nu_{23} = 0{,}25$	

Aufgabe:

- Verbundeigenschaften E_1 und E_2 für $\varphi = 0{,}5$ unter Anwendung verschiedener Homogenisierungsmethoden bestimmen
- Zuglast in Faserrichtung: Welcher Anteil der Zuglast wird von den Fasern, welcher Anteil wird von der Matrix aufgenommen?

2 Mikromechanik: Homogenisierung der Steifigkeiten

Beispiel zur Anwendung der analytischen Homogenisierungsmethoden

- 1. Schritt: Ermittlung der Faserkennwerte (inverse Anwendung)
- 2. Schritt: Ermittlung der Laminatwerte (direkte Anwendung)

1. Faserkennwerte in Längsrichtung

$\mathbf{E_{f1}} = \mathbf{E_{f2}} = \mathbf{72{,}8\ GPa}$, $\quad \nu_\mathbf{f} = \mathbf{0{,}217}$

Glasfaser isotrop → $\mathbf{G_f} = E_f / [2(1+ \nu_f)] = \mathbf{29{,}91\ GPa}$

2. a) Effektive Kennwerte in Längsrichtung bei φ = 0,5

$\mathbf{E_1} = \mathbf{38{,}0\ GPa}$, $\quad \nu_\mathbf{12} = \mathbf{0{,}258}$

2. b) Aufnahme der Zuglast in Faserrichtung

$\varphi = 0{,}5$: $$\frac{F_{1\mathrm{f}}}{F_1} = \frac{E_{1\mathrm{f}} A_\mathrm{f}}{E_1 A_\mathrm{ges}} = \frac{72{,}8 * 0{,}5}{38 * 1} = 0{,}96$$

$\varphi = 0{,}6$: $$\frac{F_{1\mathrm{f}}}{F_1} = 0{,}97$$

2 Mikromechanik: Homogenisierung der Steifigkeiten

Beispiel zur Anwendung der analytischen Homogenisierungsmethoden

- 1. Schritt: Ermittlung der Faserkennwerte (inverse Anwendung)
- 2. Schritt: Ermittlung der Laminatwerte (direkte Anwendung)

2. c) In Querrichtung ergeben sich je nach Formel unterschiedliche Werte

$$\bar{E}_2^{(\mathrm{Reuss})} = \mathbf{6,31\ GPa}$$

$$\bar{E}_2^{(\mathrm{HT},\xi=1)} = 8{,}85\ \mathrm{GPa}$$

$$\bar{E}_2^{(\mathrm{HT},\xi=1{,}22)} = \mathbf{9,35}\ \boldsymbol{GPa}$$

$$\bar{E}_2^{(\mathrm{Puck})} = 9{,}86\ \mathrm{GPa}$$

$$\bar{E}_2^{(Chamis)} = 10{,}16\ \mathrm{GPa}$$

$$\bar{E}_2^{(\mathrm{HT},\xi=2)} = 11{,}0\ \mathrm{GPa}$$

Halpin-Tsai

Herleitung von ξ anhand der Versuchswerte bei φ = 0,6

$$\bar{E}_2^{(\varphi=0{,}6)} = \mathbf{12\ GPa} \quad \Rightarrow \quad \xi = 1{,}22$$

Mittelwert aus fünf empirischen Formeln: E_2 = 9,84 GPa

Abweichungen mit Größenordnung von ±10%

→ Formeln berücksichtigen nur die Materialeigenschaften. Faseranordnung und Fasergeometrie werden nicht explizit erfasst.

$$\bar{E}_2^{(\mathrm{Voigt})} = \mathbf{38,0\ GPa}$$

zur Berücksichtigung von Faseranordnung und Fasergeometrie: Bestimmung der effektiven Kennwerte über numerische Homogenisierung mittels RVE

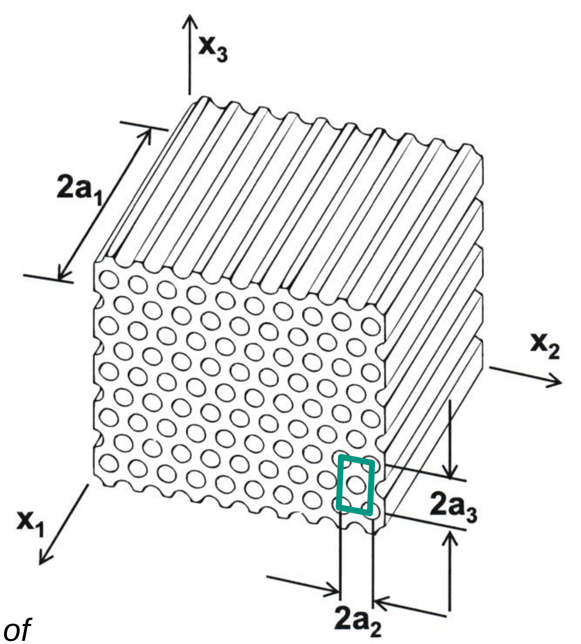
2 Mikromechanik: Homogenisierung der Steifigkeiten

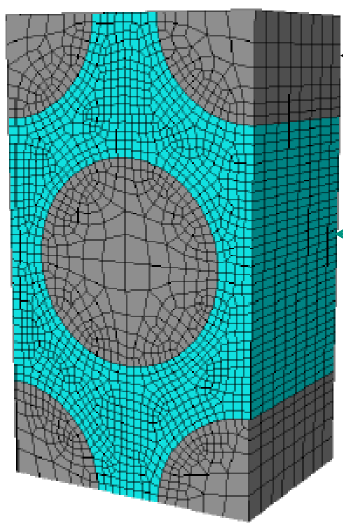
Beispiel zur Anwendung der numerischer Homogenisierungsmethoden

Numerische Homogenisierung mittels RVE

- Aufbau des repräsentativen Volumenelements (RVE)
  - Zusätzliche Informationen erforderlich: Anordnung der Fasern, Querschnittsgeometrie des Faser
  - Abmessungen a_i des RVE ergeben sich aus Faseranordnung, -durchmesser und -volumengehalt
  - Vernetzung des RVE mit finiten Volumenelementen

Beispiel hexagonale Faseranordnung:





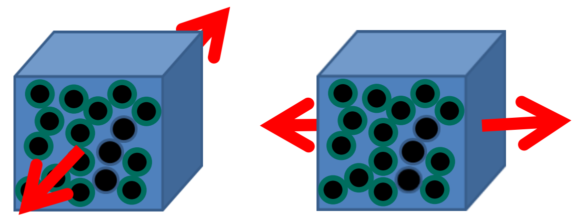
[Barbero: FE Analysis of Composite Materials (2013)]

2 Mikromechanik: Homogenisierung der Steifigkeiten

Beispiel zur Anwendung der numerischer Homogenisierungsmethoden

Numerische Homogenisierung mittels RVE

- Definition der 6 Einheitsrandbedingungen
- 6 Simulationen des RVE für die 6 Lastfälle
- Berechnung der Steifigkeitskomponenten $\bar{C}_{ij}$



etc.

$$\begin{pmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_3\\ \sigma_4\\ \sigma_5\\ \sigma_6\end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}5(C_{22}-C_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\\ \varepsilon_4\\ \varepsilon_5\\ \varepsilon_6\end{pmatrix}$$

Berechnung von $\bar{C}_{ij}$ über die lokalen Spannungen im RVE:

$$\bar{C}_{ij} = \frac{1}{|V|} \int [\sigma_i(\mathbf{u}^j)] dV$$

- erste Spalte der Steifigkeitsmatrix über Randbed. $\epsilon_1^0 = 0,01 \quad ; \quad \epsilon_2^0 = \epsilon_3^0 = \gamma_4^0 = \gamma_5^0 = \gamma_6^0 = 0$
- zweite Spalte über Randbedingung $\epsilon_2^0 = 0,01 \quad ; \quad \epsilon_1^0 = \epsilon_3^0 = \gamma_4^0 = \gamma_5^0 = \gamma_6^0 = 0$
- etc.

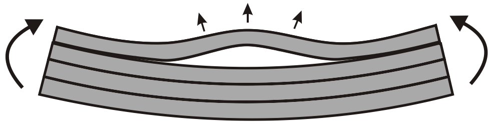
- Berechnung der Ingenieurkonstanten E_1, E_2, G_{12} etc. anhand der Steifigkeitskomponenten $\bar{C}_{ij}$

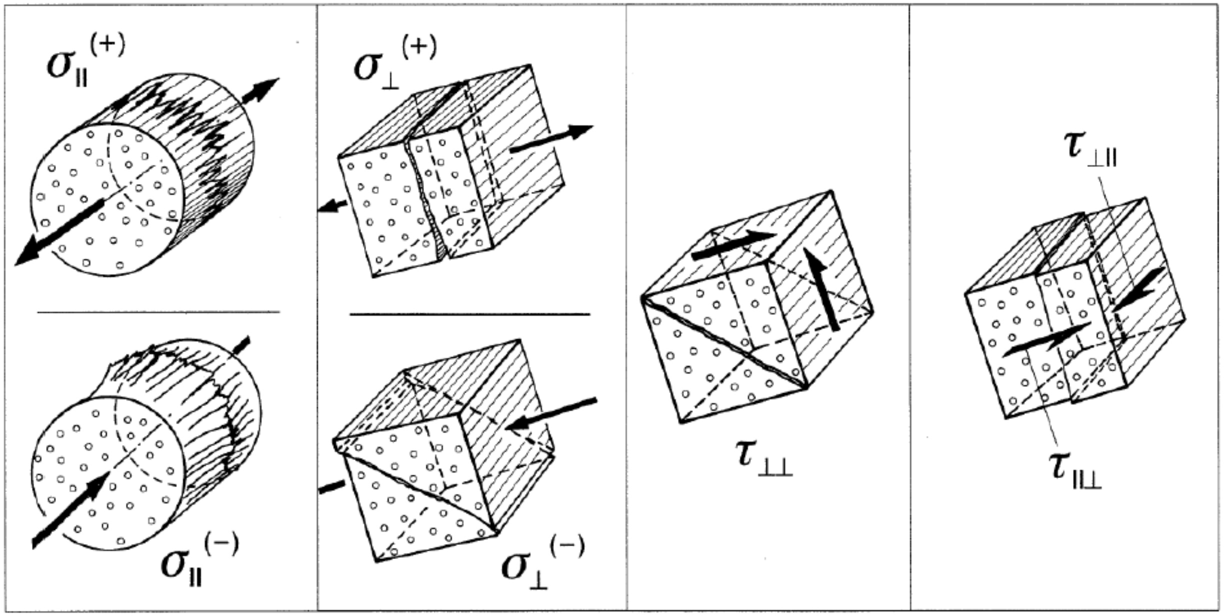
Übersicht Vorlesung „Berechnung von Faserverbundlaminaten“

2 Mikromechanik (Wiederholung)

Versagensverhalten von FVK

- Versagensverhalten ist von der Belastungsbedingung und der Faserorientierung abhängig
- Physikalische Versagensmechanismen, die zum Versagen führen können:
  - Faserbruch innerhalb der UD-Schicht (intralaminar)
  - Zwischenfaserbruch innerhalb der UD-Schicht (intralaminar)
  - Delamination zwischen zwei UD-Schichten (interlaminar)





Versagensmechanismen (Quelle: A. Puck, Festigkeitsanalyse von Faser-Matrix-Laminaten, 1996)

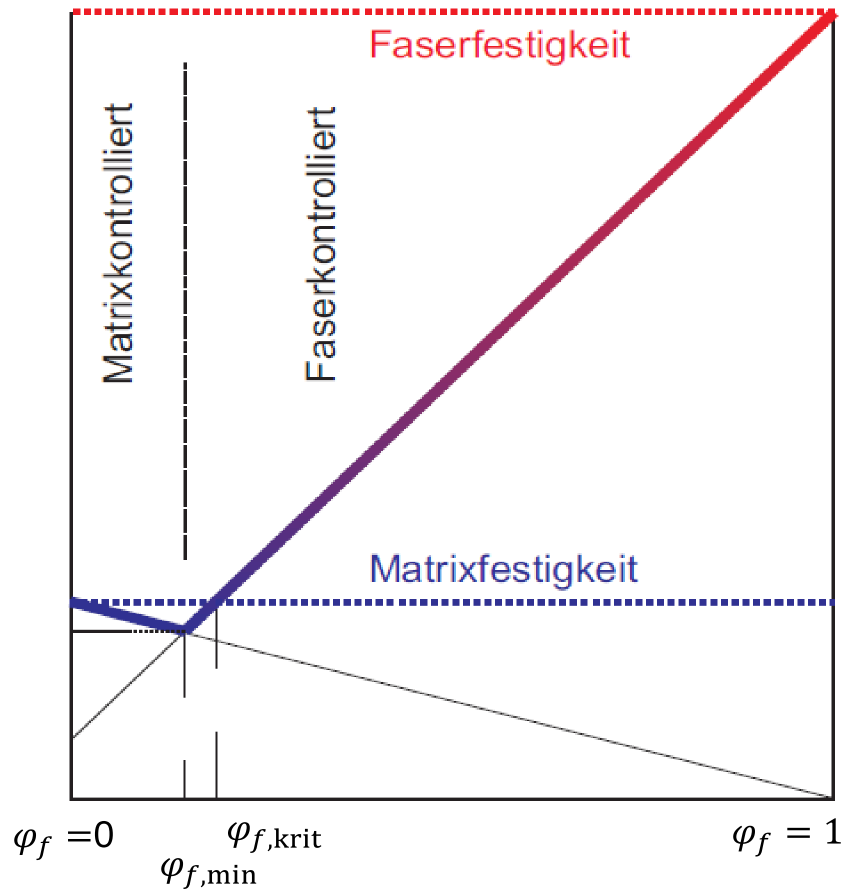
2 Mikromechanik (Wiederholung)

Zugfestigkeit in Faserrichtung

- Annahmen für die einfache Mischungsregel:
  - gleiche Dehnungen
  - Faserbruchdehnung ist kleiner gleich der Matrixbruchdehnung

$$\boxed{X_t = X_{f,t}\,\varphi_f + \sigma_m(\varepsilon_{ft,max})(1-\varphi_f)}$$

- Verbesserte Versagenshypothesen zur Berücksichtigung von Streuungen, Nachbarfasern und/oder Interfaceeigenschaften



Druckfestigkeit in Faserrichtung

- Stabilität der Fasern muss berücksichtigt werden
- gegenphasiges, gleichphasiges oder örtliches Mikroknicken

Querzug-, Querdruck-, Schubfestigkeit

- Mischungsregel auf Basis von Matrixbruchdehnung und regelmäßiger Faseranordnung
- Schwächen dieser Annahmen: Streuungen, Interface-Versagen, geneigte Bruchebene unter Druckbelastung u.a.

2 Mikromechanik: Longitudinal-Zugfestigkeit

Zugfestigkeit in Faserrichtung

- Annahmen für die einfache Mischungsregel:
  - gleiche Dehnungen
  - Faserbruchdehnung ist kleiner gleich der Matrixbruchdehnung

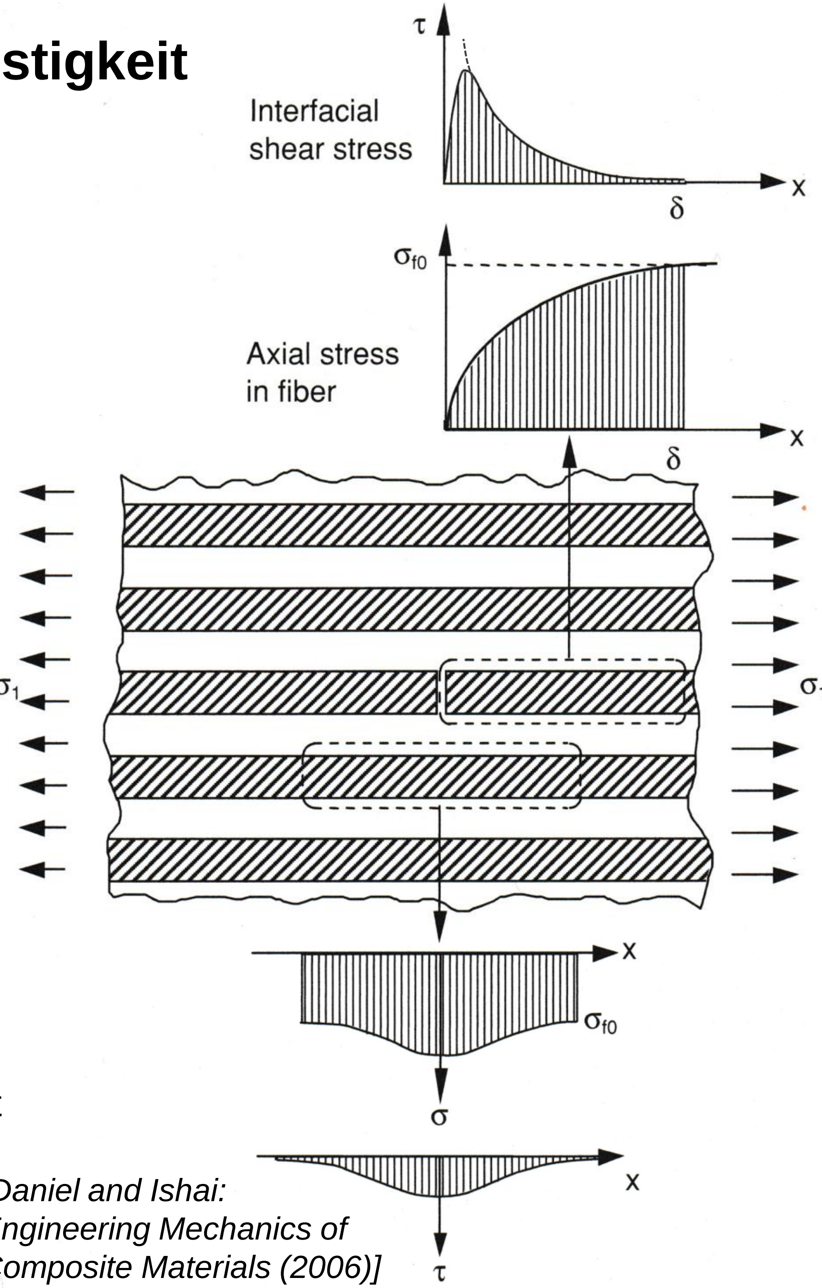
$$X_t = X_{f,t}\,\varphi_f + \sigma_m\left(\varepsilon_{ft,max}\right)\left(1-\varphi_f\right)$$

- Unter Annahmen linearer Elastizität bis zum Bruch kann X_t in Abhängigkeit der elast. Kennwerte formuliert werden

$$X_t = f\left(X_{f,t}, \varphi_f, E_m, E_f\right)$$

$$X_t = X_{f,t}\left(\varphi_f + \frac{E_m}{E_f}\left(1-\varphi_f\right)\right)$$

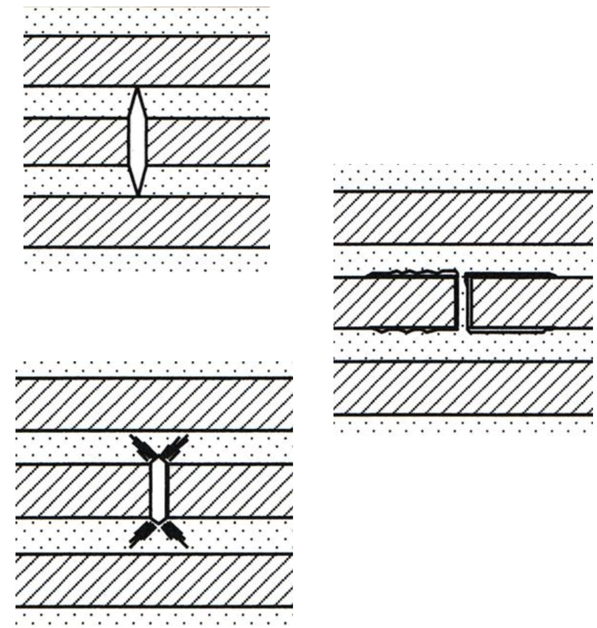
- In Realität ist die Faserfestigkeit nicht konstant, sondern über die Faserlänge und von Faser zu Faser statistisch verteilt
  → nicht alle Fasern versagen gleichzeitig
  → eine nicht-konstante Spannungsverteilung entsteht in der Nachbarschaft des Faserbruch
  - Schubspannungspeak am Interface
  - erhöhte Normalspannung in Nachbarfasern



[Daniel and Ishai: Engineering Mechanics of Composite Materials (2006)]

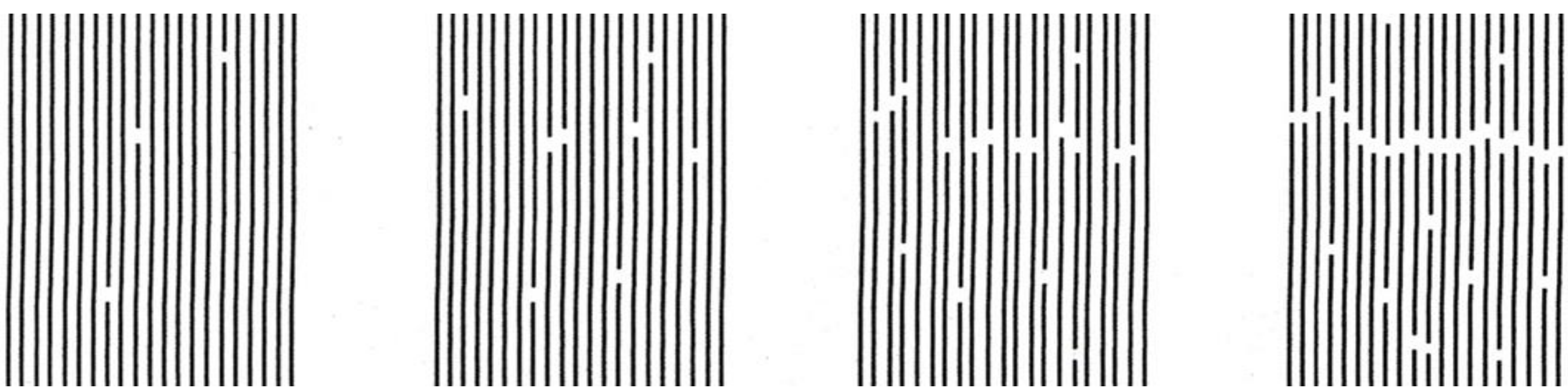
2 Mikromechanik: Longitudinal-Zugfestigkeit

- Initiale Faserbrüche bewirken unterschiedliches Schadenswachstum, je nach Art des Materials:
    - Spröde Matrix und festes Interface
      → Matrix-Zugversagen
    - Schwaches Interface und/oder große Faserbruchdehnung:
      → Faser-Matrix-Ablösung
    - Duktile Matrix und festes Interface:
      → Matrix-Schubversagen



[Daniel and Ishai: Engineering Mechanics of Composite Materials (2006)]

- meist lokalisiert der Schaden in den benachbarten Fasern
- mit wachsender Last steigt die Dichte der Einzelfaserbrüche, benachbarte Faserbrüche nehmen zu
- lokalisierte Schäden interagieren und führen schließlich zum Totalversagen

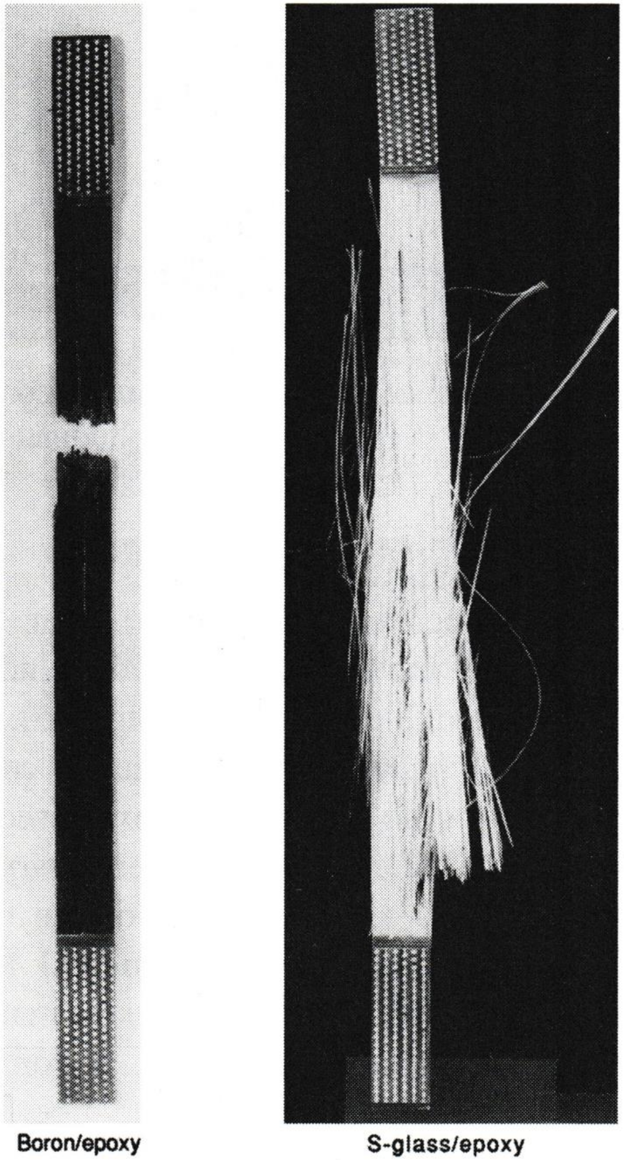


2 Mikromechanik: Longitudinal-Zugfestigkeit

Typische Versagensmuster bei Faserzugbruch

- **Boron/Epoxy-Verbund** (links)
  sprödes Faser- und Matrix-Versagen
  → kaum Interface-Versagen

- **S-Glas/Epoxy-Verbund** (rechts)
  hohe Bruchdehnung der Fasern
  → ausgeprägtes Interface-Versagen



[Daniel and Ishai: Engineering Mechanics of Composite Materials (2006)]

2 Mikromechanik: Longitudinal-Zugfestigkeit

Unwirksame Faserlänge

- neben einem Faserbruch steigt die Faserspannung von 0 an und nähert sich exponentiell der vollen Faserspannung σ_{f0} an
- Ansatz von Rosen et al. (1964) zur Beschreibung des Spannungsanstiegs in der Faser:

$$\boxed{\sigma_f(x) = \sigma_{f0}(1 - e^{-\gamma x})}$$

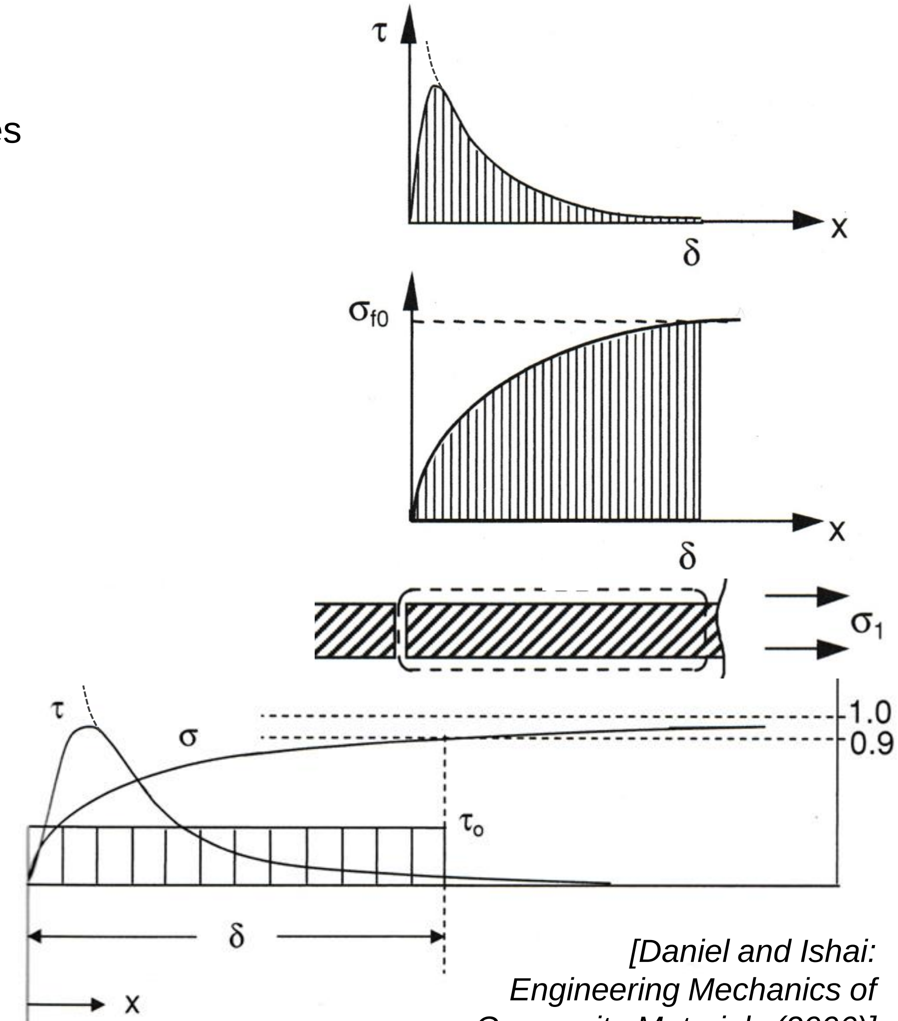
mit x = Abstand vom Faserbruch

d = Faserdurchmesser

$$\gamma = \sqrt{\frac{G_m}{E_f} \frac{\sqrt{\varphi}}{1-\sqrt{\varphi}} \frac{2}{d}}$$

- **unwirksame Faserlänge $\boldsymbol{\delta}$**:
Abstand vom Faserbruch bis zu einem spezifischen Anteil $k = \frac{\sigma_f}{\sigma_{f0}}$ der vollen Faserspannung σ_{f0},
üblich ist $k = 0{,}9$

Aufgabe: Wie groß ist $\boldsymbol{\delta}$?
(in Abhängigkeit der Materialkennwerte und des Faserdurchmessers d, und unter Annahme von $k = 0{,}9$)



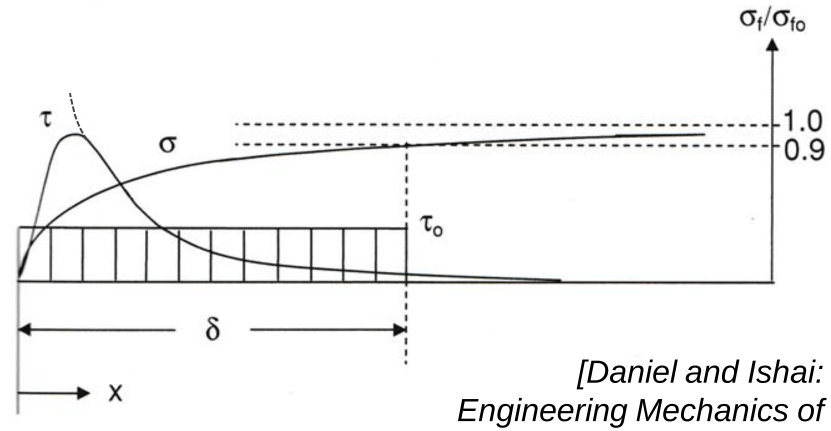
[Daniel and Ishai: Engineering Mechanics of Composite Materials (2006)]

2 Mikromechanik: Longitudinal-Zugfestigkeit

Unwirksame Faserlänge δ

- Abstand vom Faserbruch bis zu einem spezifischen Anteil $k = \frac{\sigma_f}{\sigma_{f0}}$ =0,9 der vollen Faserspannung σ_{f0}

$$\boxed{\delta = -\frac{\ln(1-k)}{\gamma} = 1{,}15\sqrt{\frac{E_f}{G_m}\frac{1-\sqrt{\varphi}}{\sqrt{\varphi}}}\; d}$$



[Daniel and Ishai: Engineering Mechanics of Composite Materials (2006)]

Schubspannung am Interface $\boldsymbol{\tau_i(x)}$

- Berechnung über Gleichgewichtsbeziehung $\frac{\partial \sigma_f}{\partial x} = -\frac{4\tau_i}{d}$

unter Anwendung das Ansatzes von Rosen et al. $\sigma_f(x) = \sigma_{f0}(1 - e^{-\gamma x})$

mit $\gamma = \sqrt{\frac{G_m}{E_f}\frac{\sqrt{\varphi}}{1-\sqrt{\varphi}}\frac{2}{d}}$

Aufgabe: Wie groß ist die Schubspannung am Interface? (in Abhängigkeit von x sowie von den Materialkennwerten, Faserdurchmesser d und der vollen Faserspannung σ_{f0})

- Schubspannung am Interface: $\boxed{\frac{\tau_i(x)}{\sigma_{f0}} = -\frac{d}{4}\gamma e^{-\gamma x} = -\frac{1}{2}\sqrt{\frac{G_m}{E_f}\frac{\sqrt{\varphi}}{1-\sqrt{\varphi}}}\, e^{-\gamma x}}$

2 Mikromechanik: Longitudinal-Zugfestigkeit

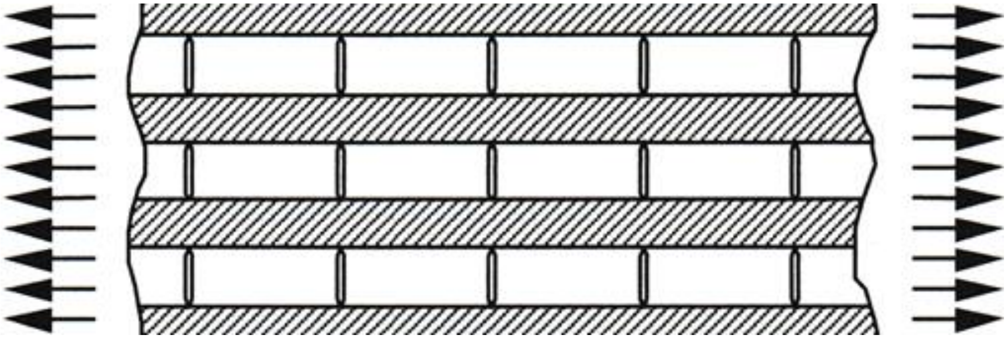
Zugversagen bei spröder Matrix

- Bruchdehnung der Matrix ist geringer als die der Fasern

$$\varepsilon_{mt,max} \leq \varepsilon_{ft,max}$$

(z.B. Verbunde mit Keramik-Matrix)

→ Initiale Schädigung sind Matrixrisse



- Verbundfestigkeit wird von Matrixfestigkeit bestimmt:

$$X_t = X_{m,t}\left(1-\varphi_f\right) + \sigma_f\left(\varepsilon_{mt,max}\right)\varphi_f$$

- Unter Annahmen linearer Elastizität bis zum Bruch kann X_t in Abhängigkeit der elast. Kennwerte formuliert werden

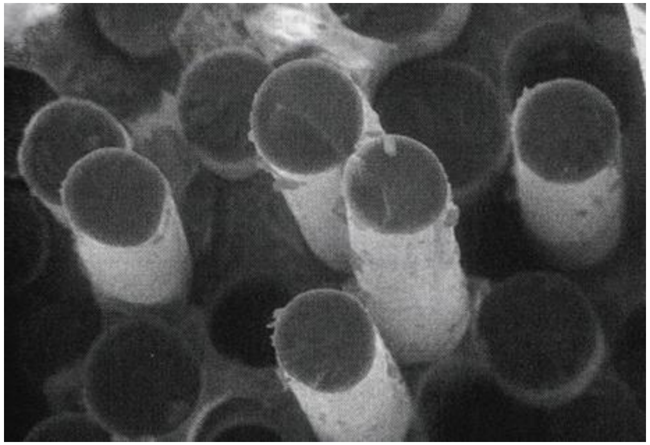
$$X_t = f\left(X_{m,t}, \varphi_f, E_m, E_f\right)$$

$$\boxed{X_t = X_{m,t}\left(\frac{E_f}{E_m}\varphi_f + \left(1-\varphi_f\right)\right)}$$

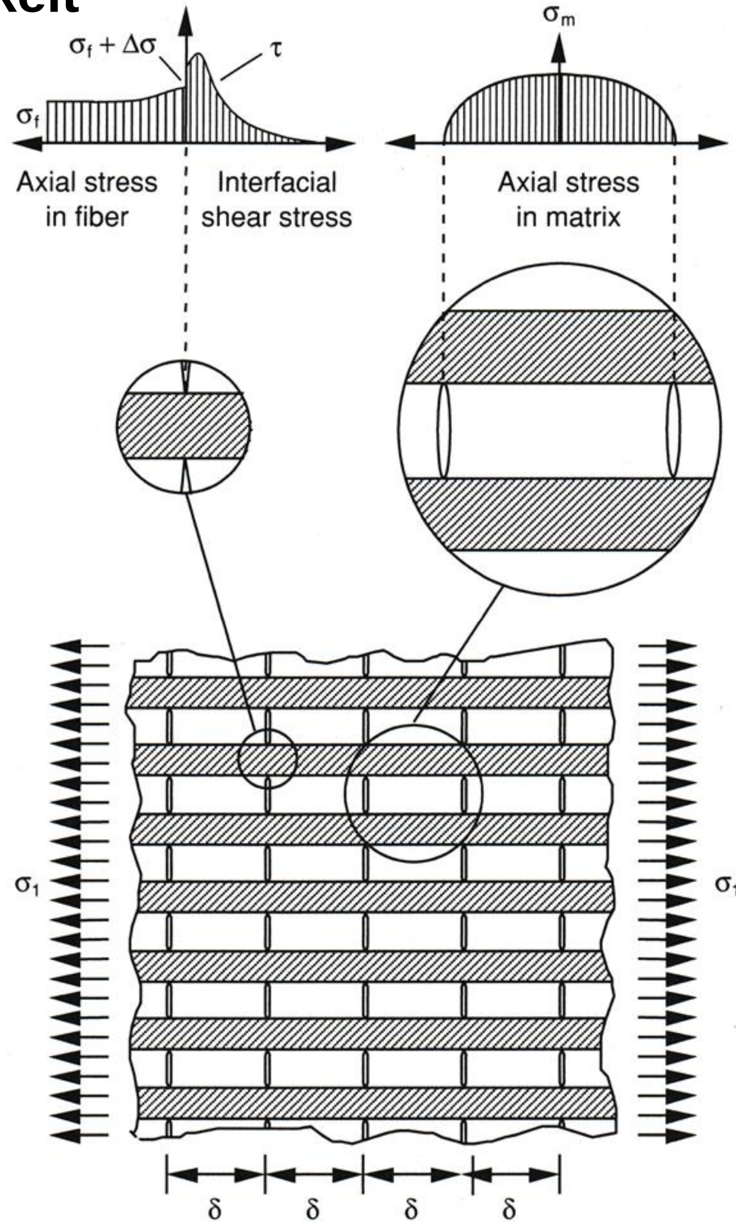
2 Mikromechanik: Longitudinal-Zugfestigkeit

Schadenswachstum bei spröder Matrix

- Lokale Spannungsverteilung neben den Matrixrissen
  - Schubspannungs-Peak am Interface
  - erhöhte Zugspannung in benachbarten Fasern
- Es folgen Faser-Matrix-Ablösung und schließlich Faserbruch, sichtbar durch:
  - Matrixbruch, Faserbruch und Faserauszug



[Daniel and Ishai: Engineering Mechanics of Composite Materials (2006)]



➢ **Die Berechnung effektiver Zugfestigkeiten in Faserrichtung hängt ab vom Material, vom Faservolumengehalt sowie von Anordnung und Geometrie der Fasern**

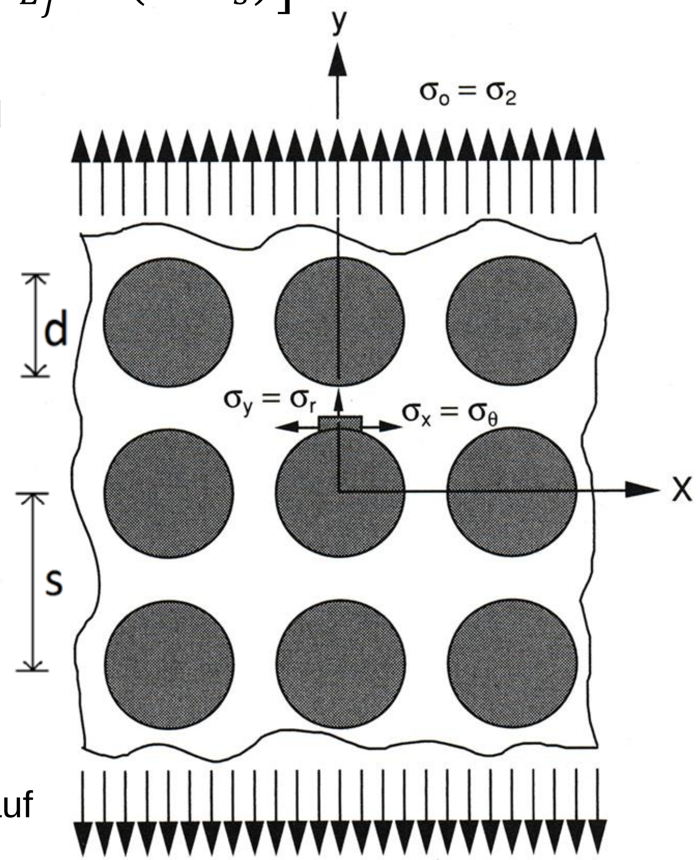
2 Mikromechanik: Transversal-Zugfestigkeit

Transversale Zugbelastung

- Einfache Mischungsregel unter Annahme des Erreichens der Bruchdehnung $\varepsilon_{mt,max}$ der Matrix:

$$\boxed{Y_t = E_2\,\varepsilon_{2t,max}} \qquad \text{mit} \qquad \varepsilon_{2t,max} = \left[\frac{d}{s}\frac{E_m}{E_f} + \left(1 - \frac{d}{s}\right)\right]\varepsilon_{mt,max}$$

- Mischungsregel beruht auf einigen unzulässigen Annahmen und ist nicht zuverlässig anwendbar
  - Effektive Zugfestigkeit = bruchmechanische Phänomene auf Mikroebene (Risswachstum)
  - Faseranordnung ist in der Realität nicht regelmäßig
  - Zugfestigkeit in Faser und Matrix streut stark
  - hohe Spannungs- und Verzerrungskonzentrationen
    - zu den lastinduzierten Spannungen kommen Eigenspannungen hinzu, die z.B. während der Aushärtung entstehen
  - Kritische Spannungen und Verzerrungen treten i.d.R. am Faser-Matrix-Interface auf
→ Querzugversagen kann auch durch Interface-Versagen verursacht sein
- Spannungsspitze in der Matrix tritt in Zugrichtung am Interface auf
- Spannungskonzentrationsfaktor: $\boxed{k_\sigma = \frac{\sigma_{r,max}}{\sigma_2}}$



[Daniel and Ishai: Engineering Mechanics of Composite Materials (2006)]

2 Mikromechanik: Transversal-Zugfestigkeit

Transversale Zugbelastung

- Ermittlung des Spannungskonzentrationsfaktors in Abhängigkeit des Faservolumengehalts für verschiedene Materialsysteme (mittels Finite-Differenzen-Methode und Photoelastischer Methode)

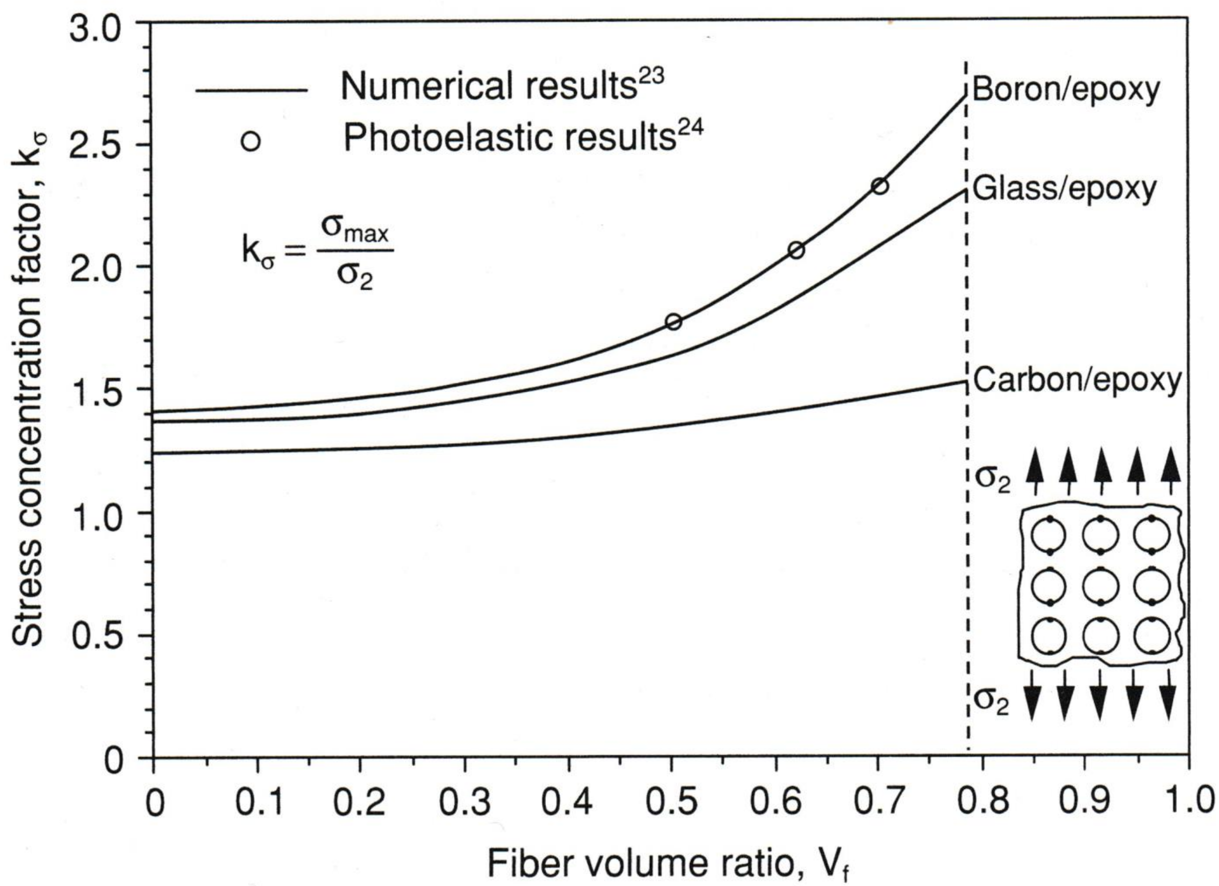
Unter Annahme von
- Maximalspannungskriterium
- linear-elastischem Verhalten bis zum Matrixbruch
- perfekter Faser-Matrix-Anbindung

ergibt sich die **effektive transversale Zugfestigkeit**:

$$\boxed{Y_t = \frac{Y_m}{k_\sigma}}$$

- wenn zusätzlich fertigungs-bedingte Eigenspannungen σ_{rm} berücksichtigt werden, ergibt sich:

$$\boxed{Y_t = \frac{1}{k_\sigma}(Y_m - \sigma_{rm})}$$

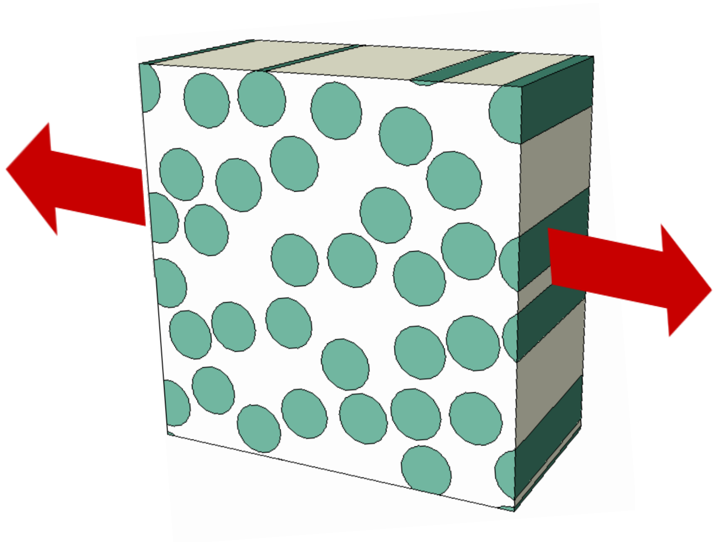


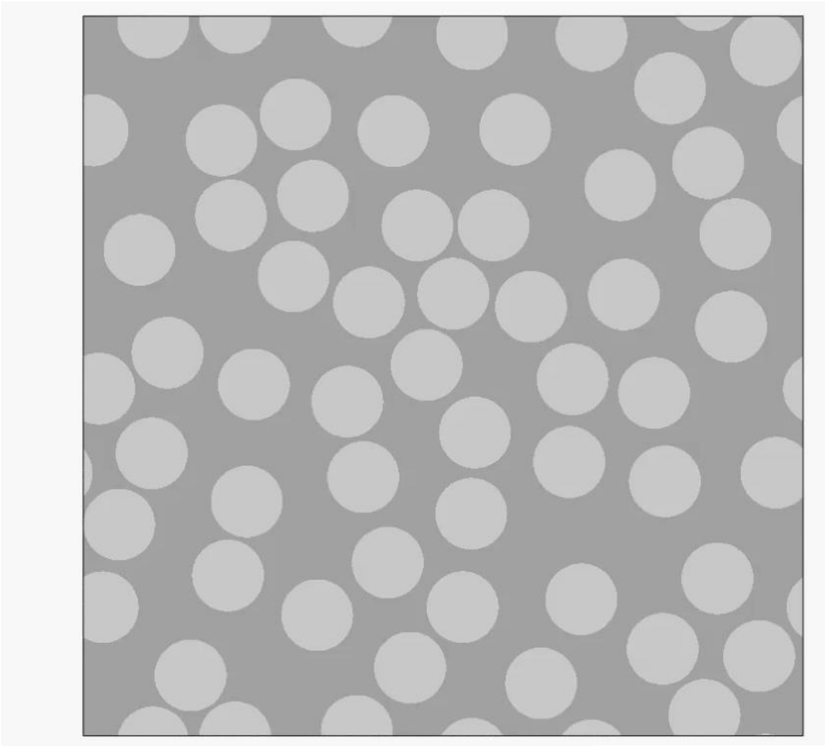
[Daniel and Ishai: Engineering Mechanics of Composite Materials (2006)]

2 Mikromechanik: Transversal-Zugfestigkeit

Transversale Zugbelastung: Numerische Analyse mit SRVE

- SRVE = Statistisches Repräsentatives Volumenelement





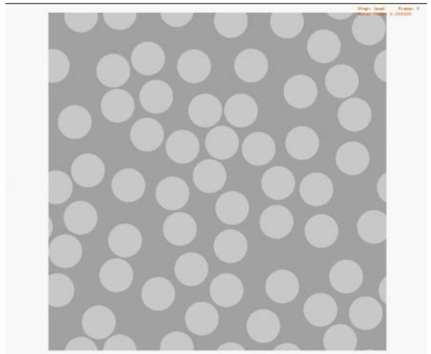
[Dominik Naake: Promotion in Kooperation mit Bosch (2018)]

BOSCH

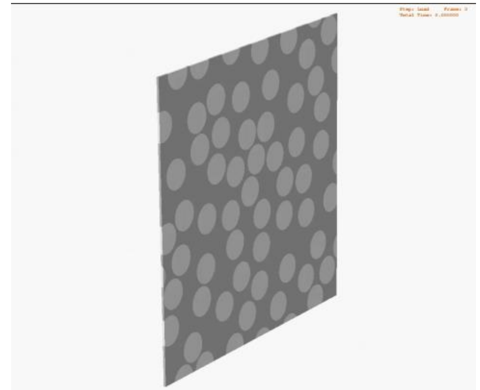
- durch unregelmäßige Faseranordnung und große Steifigkeitsunterschiede zwischen Fasern und Matrix entstehen lokale Spannungsspitzen, die zu Mikrorissen führen
- Schadenswachstum: Mikrorisse wachsen und verbinden sich zu größeren Rissen, die schließlich zum Versagen der Schicht führen
  → Makroriss (= Zwischenfaserbruch, Matrixbruch)

2 Mikromechanik: Virtuelle Experimente mittels SRVE

⊥-Tension

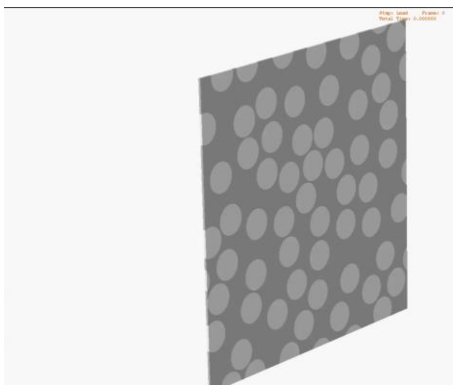


⊥-Tension/Shear

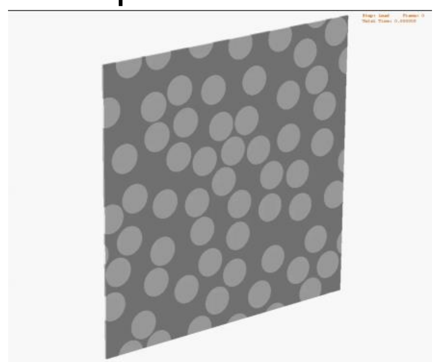


[Dominik Naake: Promotion in Kooperation mit Bosch (2018)]

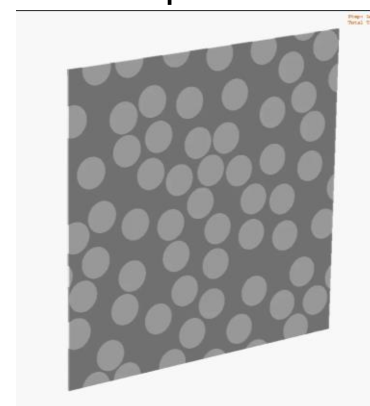
Shear



⊥-Compression/Shear



⊥-Compression



- Numerische Studien mittels SRVE: Analyse des Schädigungsverhaltens auf Mikroebene
- Numerische Homogenisierung mittels SRVE: Parameterfitting eines (effektiven) Materialmodells auf Makroebene über die Berechnung verschiedener Belastungsszenarien und mehrerer statistischer Realisierungen des SRVE

[D. Naake, F. Welschinger, L. Kärger, F. Henning. A three-dimensional damage model for transversely isotropic composites in the framework of finite strain. *21st International Conference on Composite Materials (ICCM21)*, Xi‘An, China, 2017.]

Übersicht Vorlesung „Berechnung von Faserverbundlaminaten“

1. Einleitung
2. **Mikromechanik und Homogenisierung des Faser-Matrix-Verbundes**
   - Homogenisierung der Steifigkeiten: kurze Wiederholung
   - *Übung: Effektive Steifigkeiten*
   - Versagensmechanismen auf Mikroebene: Veranschaulichung
   - ***Übung: Effektive Festigkeiten***
3. Makromechanisches Verhalten der Einzelschicht
4. Makromechanisches Verhalten des Mehrschichtverbunds
5. Finite Elementformulierungen für Mehrschichtlaminate
6. Versagens- und Schädigungsanalyse von Mehrschichtlaminaten
7. Auslegung von Mehrschichtlaminaten

2 Mikromechanik: Übung Effektive Festigkeiten

Gesucht: Verbundfestigkeit, bei der die erste der beiden Komponenten versagt

- **Carbonfaser-Epoxy-Verbund** mit φ = 0,65

Faserwerte Carbon

E_{1f} = 235 GPa

X_{ft} = 3450 MPa

Matrixwerte Epoxy

E_m = 4,14 GPa

X_{mt} = 104 MPa

Faserversagen:

$$X_t = X_{f,t}\left(\varphi_f + \frac{E_m}{E_f}(1-\varphi_f)\right)$$

= 2.263,8MPa

Matrixversagen:

$$X_t = X_{m,t}\left(\frac{E_f}{E_m}\varphi_f + (1-\varphi_f)\right)$$

= 3.873,6MPa

- **Siliziumkarbid-Keramik-Verbund** mit φ = 0,4

Faserwerte Siliziumkarbid

E_{1f} = 172GPa

X_{ft} = 1930 MPa

Matrixwerte Keramik

E_m = 97 GPa

X_{mt} = 138 MPa

Faserversagen:

$$X_t = X_{f,t}\left(\varphi_f + \frac{E_m}{E_f}(1-\varphi_f)\right)$$

= 1.425,1MPa

Matrixversagen:

$$X_t = X_t = X_{m,t}\left(\frac{E_f}{E_m}\varphi_f + (1-\varphi_f)\right)$$

= 180,7 MPa

2 Mikromechanik: Übung Effektive Festigkeiten

Aufgabe: Wie groß ist die maximale Schubspannung am Faser-Matrix-Interface, die neben einem Faserbruch entstehen kann?

- **Carbonfaser-Epoxy-Verbund** mit $\varphi = 0{,}65$

Faserwerte Carbon	Matrixwerte Epoxy
E_{1f} = 235 GPa	E_m = 3,45 GPa
X_{ft} = 3450 MPa	G_m = 1,27 GPa
d = 8µm	

- Schubspannungsverteilung:

$$\boxed{\frac{\tau_i(x)}{\sigma_{f0}} = -\frac{d}{4}\gamma e^{-\gamma x}}$$

- Maximale Schubspannung unmittelbar neben dem Faserbruch (x=0)

$$\gamma = \sqrt{\frac{G_m}{E_f}\frac{\sqrt{\varphi}}{1-\sqrt{\varphi}}\frac{2}{d}} = 34{,}1\ \frac{1}{mm}$$

$$\tau_{i,max} = -235MPa$$

Dr.-Ing. Luise Kärger

Institut für Fahrzeugsystemtechnik
Lehrstuhl für Leichtbautechnologie
Karlsruher Institut für Technologie

FAST-LBT Kontakte

Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
FAST Institut für Fahrzeugsystemtechnik
LBT Lehrstuhl für Leichtbautechnologie

Rintheimer-Querallee 2, 76131 Karlsruhe
Tel.: +49 (721) 608-45905
http://www.fast.kit.edu/

Lehrstuhlleitung frank.henning@kit.edu, phone +49 721 608 45905
Prof. Dr.-Ing. Frank Henning frank.henning@ict.fraunhofer.de, +49 721 4640 711

Stellvertretende Lehrstuhlleitung
Dr.-Ing. Luise Kärger luise.kaerger@kit.edu, phone +49 721 608 45386

Themenfeldkoordination Prozesssimulation
M. Sc. Nils Meyer nils.meyer@kit.edu, Tel. +49 721 608 45385

Themenfeldkoordination CAE-Kette und Struktursimulation
M. Sc. Constantin Krauß constantin.krauss@kit.edu, Tel. +49 721 608 45896